

# ANÁLISE DE COMPONENTES PRINCIPAIS APLICADA À FLOTAÇÃO DE MINÉRIO DE FERRO

Felipe de Orquiza Milhomem<sup>1</sup>

Marcus Alexandre de Carvalho Winitkowski da Silveira<sup>1</sup>

Tamiris Fonseca de Souza<sup>1</sup>

Tiany Guedes Cota<sup>1</sup>

Tiago Martins Pereira<sup>1</sup>

Otávia Martins Rodrigues<sup>1</sup>

## Resumo

A flotação é um processo de concentração, usualmente, empregado no beneficiamento do minério de ferro. O presente trabalho teve como objetivo avaliar a influência de variáveis no processo de flotação em bancada utilizando a técnica de análise de componentes principais. Para isso, realizou-se uma análise estatística com o auxílio do *software R*, onde foram estudados os teores de sílica e ferro na alimentação, no concentrado e no rejeito, teores dos contaminantes na alimentação (lama, óxido de cálcio e óxido de magnésio), perda por calcinação e dosagem de amina. Por meio da análise foi possível concluir que as duas primeiras componentes explicaram juntas aproximadamente 45% da variabilidade total da matriz de dados. A primeira componente explicou em torno de 25% da variância, sendo relacionada com a perda de seletividade do processo de flotação. Já a segunda componente explicou cerca de 20% da variância e descreveu a ineficiência do processo. Através dos estudos realizados, foi possível observar que a técnica de análise de componentes principais pode ser utilizada para melhor entendimento das variáveis dos processos de flotação em bancada.

**Palavras-chave:** Flotação em bancada; Análise de componentes principais; Minério de ferro.

## PRINCIPAL COMPONENTS ANALYSIS APPLIED TO FLOTATION OF IRON ORE

### Abstract

Flotation is a process of concentration, usually, employed in iron ore processing. The present work aimed to evaluate the influence of variables in the flotation process in the bench-scale using the principal components analysis technique. For this purpose, a statistical analysis by using the software R was carried out, studying the silica and the iron contents in the feed, in the concentrate and in the tailings as well as the contaminants (mud, calcium oxide and magnesium oxide) in the feed and also the loss on ignition and amine dosing. The analysis has allowed to conclude that the first two components together account for approximately 45% of the total variability of the data matrix. The first component explained about 25% of the variance, related to the loss of selectivity of the flotation process. The second component explained about 20% of the variance and described the inefficiency of the process. The conducted studies have shown that the principal components analysis technique can be used to a better understanding of the variables of the bench-scale flotation processes.

**Keywords:** Bench-scale flotation; Principal components analysis; Iron ore.

### I INTRODUÇÃO

A flotação é uma operação de concentração que visa à separação seletiva entre mineral (is) de interesse e os minerais de ganga, buscando sempre remover a maior parte da ganga, presente em grande proporção no minério [1]. A flotação é a técnica mais versátil, eficiente e complexa

de beneficiamento de minérios, pois apresenta ampla aplicabilidade, eficiência na separação, maior tolerância aos finos e possibilidade de produção em larga escala [2].

Esta técnica utiliza a hidrofobicidade das partículas minerais como propriedade diferenciadora. A hidrofobicidade

<sup>1</sup>Programa de Pós-graduação em Engenharia Mineral, Departamento de Engenharia de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto – UFOP, Ouro Preto, MG, Brasil. E-mail: [tianycg@yahoo.com.br](mailto:tianycg@yahoo.com.br)



pode ser natural ou induzida, assim, através da passagem de bolhas por uma suspensão mineral aquosa ocorre o carreamento das partículas com afinidade pelo ar (hidrofóbicas), enquanto aquelas que possuem afinidade pela água (hidrofílicas) continuam em suspensão e acabam afundando [3].

Poucos minerais são naturalmente hidrofóbicos. Dessa maneira, faz-se necessário o uso de reagentes, denominados coletores ou surfactantes, que formam uma camada hidrofóbica sobre a superfície do mineral e garantem a ampla empregabilidade do processo de flotação.

Quanto aos tipos de flotação, ela pode ser direta, em que o mineral de interesse é hidrofobizado e flotado, ou reversa, em que os minerais de ganga são flotados. Para os minérios de ferro, emprega-se, largamente, a flotação reversa, utilizando amina como o coletor da ganga silicatada e o amido como depressor dos minerais de ferro.

Visando o entendimento das variáveis que influenciam os processos industriais vêm sendo empregados métodos de análise estatística multivariada, que possibilitam uma visão mais global dos fenômenos se comparados aos métodos univariados. Uma das técnicas utilizadas é a análise de componentes principais (ACP), que é um método estatístico de redução da dimensão de dados. A ACP possibilita a manipulação de um grande volume de dados, fornecendo as ferramentas necessárias na identificação das variáveis de maior importância no espaço amostral analisado.

A ACP é uma técnica que transforma linearmente um conjunto de variáveis, inicialmente correlacionadas entre si, num conjunto substancialmente menor de variáveis não correlacionadas que contem a maior parte da informação do conjunto original [4]. Esse método permite identificar padrões nos dados e destacar possíveis semelhanças e diferenças [5].

As componentes principais (PC's) são calculadas em ordem decrescente de significância, sendo que a primeira componente descreve o espalhamento máximo da amostra, ou seja, a quantidade máxima da variância. Já a segunda, é perpendicular a primeira e descreve a variância comum em sua direção e em menor quantidade que a primeira e, assim, sucessivamente [6]. Geometricamente, as componentes são eixos obtidos pela rotação dos eixos originais na direção de variabilidade máxima [7].

A matriz de correlação é desconhecida. Porém, é possível realizar uma estimativa através dos dados amostrais coletados [8]. A matriz de dados  $X_{n \times p}$  representada pelas  $p$  variáveis escalares em cada uma das  $n$  amostras:

$$X_{n \times p} = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & \cdots & X_{1p} \\ X_{21} & X_{22} & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ X_{n1} & X_{n2} & \cdots & X_{np} \end{bmatrix}$$

A partir desta matriz de dados, calcula-se a matriz de covariâncias amostrais ( $S_{p \times p}$ ), sendo esta simétrica e positiva definida. A matriz de covariâncias é representada na diagonal principal pela variância das variáveis e os elementos fora da diagonal principal são representados pelas covariâncias entre estas variáveis.

As componentes principais estimadas são definidas por  $\hat{Y}_j$ , conforme Equação 1.

$$\hat{Y}_j = \hat{e}_{j1}X_1 + \hat{e}_{j2}X_2 + \dots + \hat{e}_{jp}X_p \quad (1)$$

Onde:

$$j = 1, 2, \dots, p$$

$\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p$  autovalores da matriz  $S_{p \times p}$

$\hat{e}_1, \hat{e}_2, \dots, \hat{e}_p$  autovetores normalizados da matriz  $S_{p \times p}$

Um aspecto importante a ser considerado é a inconsistência das componentes principais perante alterações das escalas de medidas das variáveis, resultando, em geral, em diferentes componentes e em diferentes proporções da variância total explicada por cada uma delas. Uma alternativa para resolução deste problema é padronizar todas as variáveis para que tenham variância unitária e encontrar as componentes principais através da matriz de correlações [7].

O procedimento matemático é o mesmo, sendo que as componentes principais passam a serem os autovetores normalizados associados aos autovalores da matriz de correlação amostral. A soma dos autovalores passa a ser  $p$ , o número de variáveis e a variância total das variáveis padronizadas. A proporção da variância explicada pela  $i$ -ésima componente  $Y_i$  passa então a ser  $\frac{\lambda_i}{p}$  e a correlação entre a componente  $Y_j$  e a variável padronizada  $Z_i$  passa a ser  $\rho_{Y_j, Z_i} = \rho_{Y_j, X_i} = e_{ji} \sqrt{\lambda_j}$  [7].

As primeiras componentes respondem pela maior parte da variância, não sendo necessário recuperar uma quantidade elevada de informação, mas sim, a parte da informação relevante ao problema em estudo [9].

Dessa maneira, o presente trabalho teve como objetivo avaliar a influência de variáveis no processo de flotação em bancada utilizando a técnica estatística multivariada de análise de componentes principais.

## 2 MATERIAIS E MÉTODOS

Para a realização de ensaios de flotação foram utilizadas 54 amostras de minério de ferro de itabirito compacto, coletadas em uma mina do Quadrilátero Ferrífero. Todas as amostras foram cominuídas e classificadas até 100% passante em 0,15mm. Em seguida, as amostras foram submetidas à deslamagem para remover a lama presente no minério, uma vez que esta pode ser prejudicial à flotação.

Os testes de flotação foram realizados em escala de bancada, em uma célula mecânica Denver com uma cuba de 5000 mL de volume útil, rotação do rotor de 1200RPM, pH 10,5, com 50% de sólidos. O depressor utilizado foi amido gelatinizado, com dosagem de 800 g/t de minério

alimentado e o coletor, amina, teve sua dosagem variada. A Figura 1 apresenta o fluxograma de preparação das amostras para os testes de flotação.

Realizou-se uma análise estatística multivariada utilizando o método das componentes principais com o auxílio do *software R* [10], utilizando os pacotes *car* [11] e *psych* [12]. Foram estudados os teores de sílica e ferro na alimentação (SiO<sub>2</sub>AL e FeAL), no concentrado (SiO<sub>2</sub>CO e FeCO) e no rejeito (SiO<sub>2</sub>RJ e FeRJ), perda por calcinação (PPCAL), dosagem de amina (Amina), os contaminantes na alimentação: lama na alimentação (LamaAL), óxido de cálcio (CaOAL) e óxido de magnésio (MgOAL).

Adotou-se como critério de aceitação mínimo valores de 0,30, em módulo, para as cargas (*loadings*) de cada variável, sendo este o valor que atende o nível mínimo para interpretação da estrutura de dados.

### 3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

A Tabela 1 mostra a variância explicada e acumulada ao longo das componentes. Pelo critério de Kaiser e pelo gráfico de *scree-plot* [7], deve-se reter as cinco primeiras componentes, representando aproximadamente 83% da variabilidade total dos dados. Como a matriz utilizada foi a de correlação, as componentes retidas foram aquelas que apresentaram os autovalores maiores que 1 [7].

As duas primeiras componentes explicaram 45% da variabilidade total da matriz de dados, sendo que as outras componentes não apresentaram interpretação prática para o banco de dados utilizado. Na Tabela 2 são apresentados os *loadings* para as duas primeiras componentes.

A partir dos *loadings* é possível escrever as equações de cada uma das componentes. As Equações 2 e 3 são referentes às duas primeiras componentes principais.

$$\begin{aligned} \hat{Y}_1 = & 0,199LamaAL + 0,149FeAL \\ & -0,13Si2OAL + 0,107PAL + 0,171Al2O3AL \\ & + 0,399CaOAL + 0,397MgOAL + 0,007PPCAL \\ & + 0,109Amina - 0,448FeCO + 0,446SiO2CO \\ & + 0,258FeRJ - 0,270SiO2RJ \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \hat{Y}_2 = & -0,100LamaAL + 0,447FeAL \\ & -0,449SiO2AL - 0,053PAL - 0,3391Al2O3AL \\ & -0,197CaOAL - 0,215MgOAL + 0,188PPCAL \\ & + 0,087Amina + 0,107FeCO - 0,149SiO2CO \\ & + 0,396FeRJ - 0,390SiO2RJ \end{aligned} \quad (3)$$

A Figura 2 apresenta o gráfico das cargas (*loadings*) para as duas primeiras componentes.

Nota-se que a primeira componente explica aproximadamente 25% da variância da matriz de dados. É possível observar que a variável FeCO contrasta com as variáveis CaOAL, MgOAL e SiO<sub>2</sub>CO. De acordo com Cruz [13] e Luz [14], a presença de cátions solúveis, como

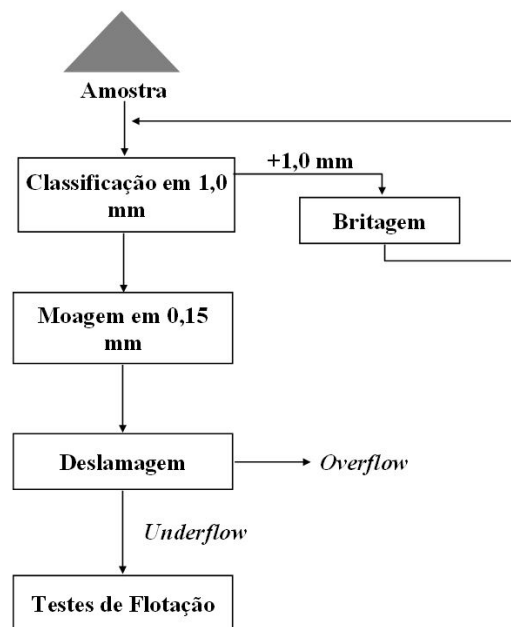


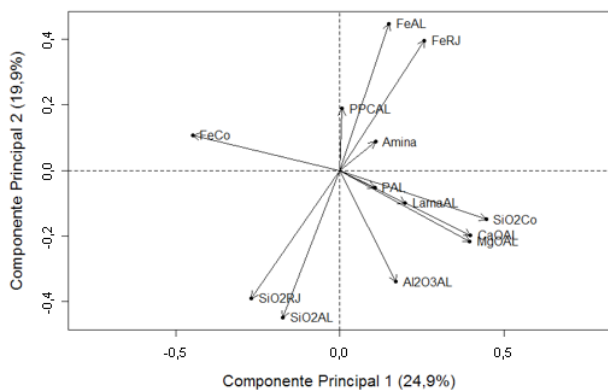
Figura 1. Fluxograma da preparação das amostras individuais para os testes de flotação.

Tabela 1. Variâncias explicadas e acumuladas das PC's

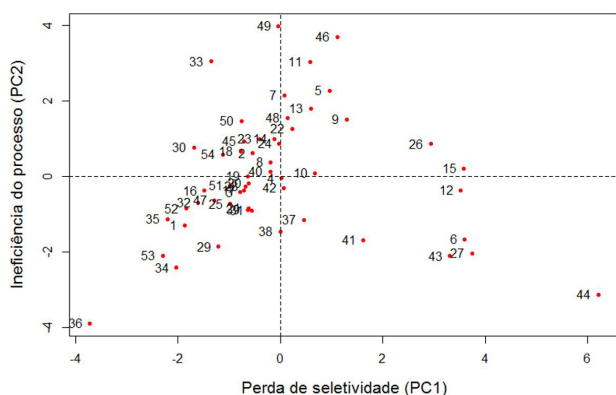
PC	Variância explicada (%)	Variância acumulada (%)
1	24,918	24,918
2	19,954	44,872
3	16,339	61,211
4	12,736	73,947
5	8,995	82,942
6	5,357	88,299
7	4,632	92,931
8	3,596	96,527
9	1,742	98,269
10	1,558	99,827
11	0,098	99,925
12	0,053	99,978
13	0,022	100

Tabela 2. *Loadings* para as duas primeiras PC's

Variável	PC1	PC2
LamaAL	0,199	-0,100
FeAL	0,149	0,447
SiO2AL	-0,173	-0,449
PAL	0,107	-0,053
Al2O3	0,171	-0,339
CaOAL	0,399	-0,197
MgOAL	0,397	-0,215
PPCAL	0,007	0,188
Amina	0,109	0,087
FeCO	-0,448	0,107
SiO2CO	0,446	-0,149
FeRJ	0,258	0,396
SiO2RJ	-0,270	-0,390



**Figura 2.** Gráfico das cargas (*loadings*) para as duas primeiras componentes.



**Figura 3.** Dispersão dos escores das amostras para as duas primeiras componentes.

Mg<sup>2+</sup> e Ca<sup>2+</sup>, tendem à formação e adsorção de hidrox-complexos desses cátions na superfície da ganga silicatada, impedindo a adsorção do coletor. Como consequência, ocorre um aumento na depressão da ganga silicatada e uma diminuição do mineral de interesse também no concentrado. Esse fato mostra que a PC1 está relacionada com a perda de seletividade do processo.

A segunda componente explica 20% da variabilidade dos dados. Na PC2, as variáveis FeAL e FeRJ se contrastam com as variáveis Si2OAL, Si2ORJ e Al2O3AL. Segundo Hendriks e Smith [15] e Takeda e Usui [16], a amina é, preferencialmente, adsorvida pela sílica que pela hematita, uma vez que na flotação reversa o rejeito é constituído pelo material flotado. O aumento da sílica no rejeito indica que ocorreu uma maior adsorção do coletor sobre a superfície do quartzo e, conseqüentemente, menos ferro se reporta ao rejeito. Dessa forma, a PC2 está relacionada à eficiência do processo.

A Figura 3 apresenta a dispersão dos escores das amostras para as duas primeiras componentes. Nessa figura, observa-se que amostras como 10, 12 e 15 assumem valores positivos da PC1 e quase nulos da PC2, sendo

estas, então, explicadas, praticamente, apenas pela primeira componente. Dessa maneira, as amostras apresentam uma perda de seletividade no processo de flotação ocasionada pela presença de cátions de Mg<sup>2+</sup> e Ca<sup>2+</sup> dissolvidos na solução. Isto é verificado através da Equação 2, na qual as variáveis de maior peso interferem, significativamente, nesta componente, tanto pelo o baixo valor de FeCO quanto pelo alto valor de SiO2CO presente no produto destas amostras.

Em relação às amostras, como 16, 19 e 51, observa-se que estas assumem valores negativos da primeira componente e quase nulos da segunda componente. Ou seja, apresentam um ganho de seletividade, provavelmente, pela ausência de cátions de Mg<sup>2+</sup> e Ca<sup>2+</sup> dissolvidos na solução relacionados ao alto valor de FeCO junto com o baixo valor de SiO2CO.

Em relação ao eixo das ordenadas é possível observar que amostras, como 7, 14, 22, 24, 48 e 49, assumem valores positivos da segunda componente e quase nulos da primeira componente, sendo estas, então, explicadas, praticamente, apenas pela segunda componente. Neste caso, estas amostras apresentam uma alta perda metálica, ou seja, alta ineficiência no processo de flotação devido aos altos valores de FeRJ.

Para amostras, como 38 e 42, observa-se que estas assumem valores negativos da segunda componente e quase nulos da primeira componente, ou seja, apresentam baixa perda metálica, indicando baixa ineficiência no processo de flotação devido aos baixos valores de FeRJ.

## 4 CONCLUSÃO

Pela análise das componentes principais foi possível concluir que as duas primeiras componentes explicaram juntas, aproximadamente, 45% da variabilidade total da matriz de dados.

A primeira componente explica em torno de 25% da variância, sendo relacionada com a perda de seletividade do processo de flotação. Já a segunda componente explica cerca de 20% da variância e descreve a ineficiência do processo.

Através dos estudos realizados, foi possível observar que a técnica de análise de componentes principais pode ser utilizada para melhor entendimento das variáveis dos processos de flotação em bancada.

## Agradecimentos

Os autores agradecem ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mineral da Universidade Federal de Ouro Preto, CAPES e Fapemig.

## REFERÊNCIAS

- 1 Luz AB, Sampaio JA, França SCA. Tratamento de minérios. 5ª ed. Rio de Janeiro: CETEM/MCP; 2010. 965 p.
- 2 Baltar CAM. Flotação no tratamento de minérios. 2ª ed. Recife: Editora Universitária UFPE; 2010. 232 p.
- 3 Chaves AP. Teoria e prática do tratamento de minérios - flotação. Vol. 4. 2ª ed. São Paulo: Signus Editora; 2006.
- 4 Hongyu K, Sandanielo VLM, de Oliveira GJ Jr. Análise de componentes principais: resumo teórico, aplicação e interpretação. *Engineering and Science*. 2016;5(1):83-90.
- 5 Santo RE. Utilização da análise de componentes principais na compreensão de imagens digitais. *Einstein (Sao Paulo, Brazil)*. 2012;10(2):135-139.
- 6 Silva GA. Planejamento experimental e análise de dados ambientais. Ouro Preto: Programa de Pós-graduação em Engenharia Ambiental, Universidade Federal de Ouro Preto; 2016. Notas de aula.
- 7 Pereira TM. Estatística multivariada I – uma abordagem aplicada utilizando o software R. Ouro Preto: Departamento de Estatística, Universidade Federal de Ouro Preto; 2015. Notas de aula.
- 8 Mingoti SA. Análise de dados através de métodos de estatística multivariada: uma abordagem aplicada. 1ª ed. Belo Horizonte: Editora UFMG; 2005.
- 9 Lyra WS, Silva EC, Araújo MCU, Fragoso WD. Classificação periódica: um exemplo didático para ensinar análise de componentes principais. *Quimica Nova*. 2010;33(7):1594-1597.
- 10 R Core Team. R: A language and environment for statistical computing. Vienna, Austria: R Foundation for Statistical Computing; 2016 [acesso em 8 nov. 2017]. Disponível em: <https://www.R-project.org/>
- 11 Fox J, Weisberg S. An {R} Companion to Applied Regression. 2ª ed. Thousand Oaks CA: Sage; 2011 [acesso em 8 nov. 2017]. Disponível em: <http://socserv.socsci.mcmaster.ca/jfox/Books/Companion>.
- 12 Revelle W. Psych: Procedures for Personality and Psychological Research. Evanston: CRAN; 2016 [acesso em 8 nov. 2017]. Disponível em: <https://CRAN.R-project.org/package=psych>
- 13 Cruz DG. Influência dos cátions  $Ca^{2+}$ ,  $Mg^{2+}$  e  $Mn^{2+}$  na flotação catiônica de minério de ferro: estudos de bancada [dissertação]. Ouro Preto: Universidade Federal de Ouro Preto; 2015.
- 14 Luz JAM. Flotation of iron ore. In: Colás R, Totten GE, editors. *Encyclopedia of iron, steel and their alloys*. Boca Raton: CRC Press; 2016. p. 1249-1288.
- 15 Hendriks DW, Smith GW. Interaction of amine and starch in quartz flotation. *Canadian Metallurgical Quarterly*. 1972;11(2):303-308.
- 16 Takeda S, Usui S. Cationic flotation of quartz from an artificial mixture with hematite using hexylamine. *Colloids and Surfaces*. 1988;29(2):221-232.

Recebido em: 8 Nov. 2017

Aceito em: 5 Maio 2018