

MODELO MATEMÁTICO PARA O CÁLCULO DO COEFICIENTE DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR NA INTERFACE METAL-MOLDE DURANTE A SOLIDIFICAÇÃO DIRECIONAL

Marcelo Aquino Martorano ⁽¹⁾

José Deodoro Trani Capocchi ⁽¹⁾

Resumo

O coeficiente de transferência de calor na interface metal-molde de um sistema de solidificação unidirecional é calculado pelo método do domínio completo ("whole domain method"), utilizado para solucionar de forma inversa a equação diferencial de condução de calor com mudança de fase. Curvas de resfriamento coletadas durante a solidificação da liga Cu-8%Sn em quatro condições experimentais diferentes são utilizadas como dados de entrada do método implementado. O coeficiente de transferência de calor na interface metal-molde foi calculado nas diferentes condições experimentais e apresentam uma boa concordância com alguns resultados da literatura.

Palavras-chave: interface metal-molde; problema inverso; solidificação direcional.

Mathematical Model to Calculate the Heat Transfer Coefficient at the Metal-Mould Interface During the Unidirectional Solidification

Abstract

The heat transfer coefficient at the metal-mould interface of a unidirectional solidification system is calculated by an algorithm that uses the whole domain method for the inverse solution to the heat conduction differential equation with phase change. Experimental cooling curves collected during solidification of Cu-8%Sn alloys subject to four different conditions is used as input to the algorithm. Accordingly, the heat transfer coefficient at the metal-mould interface is obtained for those conditions. The estimated heat transfer coefficient values are in good agreement with the ones published in the literature.

Key-words: metal-mould interface; inverse problem, unidirectional solidification.

1. INTRODUÇÃO

Apesar da modelagem matemática dos processos de solidificação de ligas metálicas ter sofrido grandes avanços recentemente, ainda não há modelos consagrados para tratar a transferência de calor na interface metal-molde por meio de princípios fundamentais. Ho e Pehlke,⁽¹⁾ Sharma e Krishnan⁽²⁾ e Chiesa⁽³⁾ estudam os mecanismos de transmissão de calor que afetam o coeficiente de transferência de calor na interface metal-molde na fundição em moldes metálicos. Beck, Blackwell e St. Clair⁽⁴⁾ revisam diversos métodos utilizados para a

solução inversa do problema de condução de calor, possibilitando o cálculo do coeficiente de transferência de calor na interface metal-molde. Spitzer,⁽⁵⁾ utilizando a técnica do domínio completo ("whole domain method") para a solução inversa, obteve o coeficiente de transferência de calor no problema da solidificação de aços.

O presente trabalho tem como objetivo o cálculo do coeficiente de transferência de calor na interface metal-molde de um sistema de solidificação direcional, em que amostras da liga Cu-8%Sn foram submetidas a quatro condições geralmente empregadas na fundição em moldes metálicos. Embora estes coeficientes sejam essenciais para a modelagem matemática da transferência de calor na solidificação, não foram encontrados dados para a liga em estudo, nas condições experimentais examinadas.

⁽¹⁾ Professor, Departamento de Engenharia Metalúrgica e de Materiais da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Av. Prof. Mello Moraes, 2463, São Paulo, SP, Brasil, CEP 05508-900

2. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

Cargas de composição nominal Cu-8%Sn compostas de cobre e estanho eletrolíticos foram fundidas em um forno a resistência elétrica e desoxidadas com Cu-15%P. O banho líquido foi vazado na cavidade do sistema de fundição apresentado na Figura 1, obtendo-se amostras cilíndricas. Este sistema consistiu de uma luva isolante térmica à base de mulita (Kalmin TH - FOSECO), apoiada sobre uma base de cobre empregada para extrair calor direcionalmente. Termopares tipo R (Pt-13%Rh, Pt) foram posicionados no interior da cavidade cilíndrica mostrada na Figura 1.

Na execução dos experimentos, duas variáveis a dois níveis cada foram definidas, resultando em quatro diferentes condições experimentais (Tabela 1). As duas variáveis, denominadas “Condição Térmica” (CT) e “Inoculação” (I), e os seus níveis são os indicados:

- Condição Térmica (A) – Condições para o crescimento dendrítico equiaxial: temperatura de vazamento de 1110 °C e base de cobre maciça, recoberta com revestimento isolante à base de mulita (Dycote 140 - FOSECO);
- Condição Térmica (B) – Condições para o crescimento dendrítico colunar: temperatura de vazamento de 1270 °C e base de cobre refrigerada a água;
- Inoculação (A) – Nenhuma inoculação realizada; e
- Inoculação (B) – Banho inoculado com Cu-50%Zr.

Tabela 1. Definição das condições experimentais.

Exp	CT	I	Estrutura Dendrítica
Eq-Inoc	A	B	Equiaxial
Eq-Noinoc	A	A	Colunar (20mm) + Equiaxial
Col-Inoc	B	B	Equiaxial
Col-Noinoc	B	A	Colunar (40mm) + Equiaxial

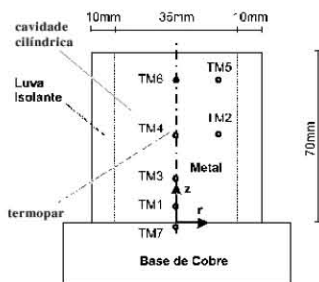


Figura 1. Desenho esquemático do sistema de fundição.

3. CÁLCULO DO COEFICIENTE DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR

O coeficiente de transferência de calor na interface entre a liga metálica e a base de cobre (h_M) e na interface entre o metal e a luva isolante (h_m) foi calculado pelo método do domínio completo. No tempo total de cada experiência, os valores de h_M em alguns instantes previamente escolhidos foram calculados pelo algoritmo. Entre os instantes escolhidos, assumiu-se que h_M variava linearmente. Por outro lado, h_m foi sempre considerado constante.

3.1. Modelagem Matemática da Transferência de Calor

O método do domínio completo para resolução do problema inverso de condução de calor⁽⁵⁾ é uma busca pelo menor erro quadrático entre as temperaturas calculadas e medidas pela variação dos valores desconhecidos do coeficiente de transferência de calor. Em consequência, um modelo matemático para o cálculo do campo de temperaturas foi construído para simular a solidificação no sistema empregado. Aplicou-se a equação de condução de calor à cavidade e à parede da luva isolante adotando-se um sistema de coordenadas cilíndricas (Figura 1). A seguinte equação foi utilizada:

$$\rho_i \frac{\partial H_i}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(K_i \frac{\partial T_i}{\partial z} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r K_i \frac{\partial T_i}{\partial r} \right) \quad i = \begin{cases} m, \text{ Luva} \\ M, \text{ Metal} \end{cases} \quad (1)$$

em que r é a massa específica; H é a entalpia; K é a condutividade térmica; T é a temperatura absoluta e t é o tempo. No início da simulação, a temperatura da liga líquida foi assumida uniforme e o seu valor foi obtido a partir dos dados fornecidos pelos termopares. As condições de contorno adotadas para o domínio do metal foram:

$$K_M \frac{\partial T_M}{\partial r} (r=0, z, t) = 0 \quad (2)$$

$$K_M \frac{\partial T_M}{\partial r} (r=R_i, z, t) = h_m (T_{sm} - T_{sM}) \quad (3)$$

$$K_M \frac{\partial T_M}{\partial z} (r, z=0, t) = h_M (T_{sm} - T_a) \quad (4)$$

$$T_M (r, z=L, t) = f(TM5, TM6) \quad (5)$$

em que R_i é o raio da amostra cilíndrica metálica; T_a é a temperatura da água de refrigeração (26 °C) ou a temperatura na base de cobre maciça (TM7); T_{sm} é a temperatura na superfície interna da luva isolante; T_{sM} é a temperatura na superfície lateral das amostras cilíndricas e L é a coordenada vertical dos termopares TM5 e TM6. As condições de contorno para o domínio da luva isolante podem ser encontradas na literatura.⁽⁶⁾

A equação diferencial (1) e suas condições de contorno foram solucionadas através do método dos volumes finitos, formulação implícita, empregando uma malha retangular de 21 x 25 volumes. A mudança de fase foi tratada pelo método da entalpia de forma similar à proposta por Shamsundar e Rooz,⁽⁷⁾ estimando-se a variação da fração de sólido em função da temperatura como proposto por Clyne e Kurz.⁽⁸⁾

3.2. Otimização Pelo Método dos Mínimos Quadrados

A solução do modelo matemático de transferência de calor descrito anteriormente, pode ser escrita como:

$$TC = TC(r, z, t, h_1, h_2, \dots, h_n) = TC(r, z, t, \vec{h}) \quad (6),$$

em que TC é a temperatura calculada nas coordenadas (r,z) e no tempo t, e n é o número de componentes dos coeficientes de transferência de calor (incógnitas). Os componentes do coeficiente h_M definidos em alguns instantes específicos e o coeficiente h_m foram denominados h_1, h_2, \dots, h_n . Estas são as incógnitas que devem ser obtidas pelo algoritmo. A soma do quadrado das diferenças entre as temperaturas medidas e calculadas (erro quadrático) foi calculada por:

$$Eq(h_1, h_2, \dots, h_n) = \sum_{k=1}^q \sum_{v=1}^p [TC(r_k, z_k, t_v, \vec{h}) - TM_{k,v}]^2 \quad (7),$$

em que p é o número de valores de temperatura fornecido por cada termopar ao longo do tempo; q é o número de termopares utilizados no processo de minimização (TMI a TM4); v é o índice indicando cada instante de tempo de medida e k é o índice do termopar. O método do domínio completo, que é baseado na equação (7), é assim denominado por envolver valores de temperaturas medidas ao longo de todo o domínio de tempo. A hipótese principal do método é a de que os valores de $\vec{h} = (h_1, h_2, \dots, h_n)$ corretos resultarão no menor erro quadrático dado pela equação (7). Logo, o seguinte sistema de n equações não-lineares pode ser escrito para se determinar os valores de \vec{h} que minimizem o erro entre as temperaturas medidas e calculadas:

$$\frac{\partial Eq(\vec{h})}{\partial h_i} = 2 \sum_{k=1}^q \sum_{v=1}^p [TC(r_k, z_k, t_v, \vec{h}) - TM_{k,v}] \frac{\partial TC(r_k, z_k, t_v, \vec{h})}{\partial h_i} = 0 \quad i=1,2,\dots,n \quad (8)$$

O método iterativo de Newton-Rapson foi utilizado para solucionar este sistema com o auxílio do modelo matemático de transferência de calor descrito anteriormente, empregado no cálculo de $TC(r_k, z_k, t_v, \vec{h})$ e $\frac{\partial TC(r_k, z_k, t_v, \vec{h})}{\partial h_i}$.

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nos experimentos Eq-Inoc e Col-Inoc (Tabela I), a estrutura dendrítica das amostras foi

completamente equiaxial. Porém, nos experimentos Eq-Nolnoc e Col-Nolnoc, foi observada uma estrutura colunar de 20mm e 40mm de comprimento, respectivamente, adjacente à interface com a base de cobre.

Os coeficientes de transferência de calor entre o metal e a base de cobre, calculados como descrito anteriormente, estão apresentados na Figura 2. As curvas de resfriamento obtidas pelo modelo matemático de transferência de calor utilizando os coeficientes de transferência de calor calculados apresentam uma excelente concordância às curvas medidas (Figura 3).

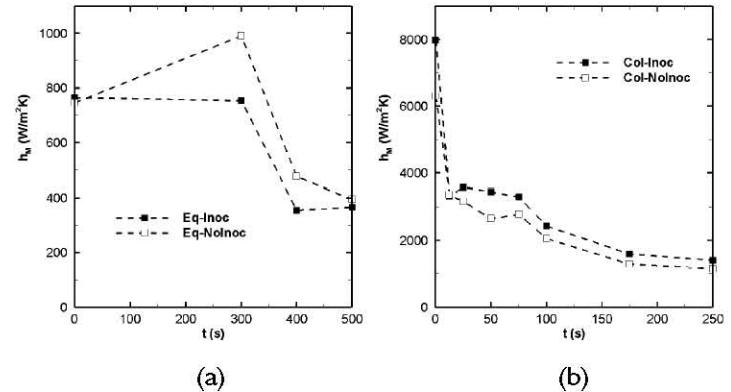


Figura 2. Coeficiente de transferência de calor metal-base de cobre em função do tempo: (a) base maciça (Eq-Inoc e Eq-Nolnoc); (b) base refrigerada (Col-Inoc e Co-Nolnoc).

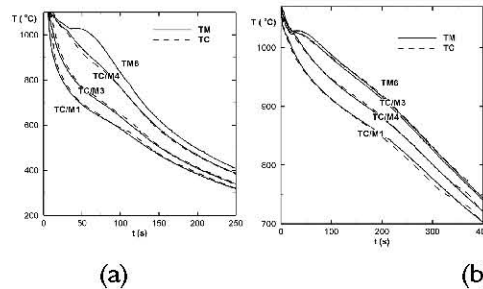


Figura 3. Temperaturas calculadas (TC) pelo modelo matemático de transferência de calor e temperaturas medidas (TM) em função do tempo nos experimentos: a) Col-Nolnoc; b) Eq-Nolnoc.

As seguintes etapas de transferência de calor e suas respectivas resistências térmicas (entre parêntesis) podem ser identificadas nos experimentos onde a base de cobre maciça revestida foi utilizada (Eq-Inoc e Eq-Nolnoc): (1) transferência através da interface metal-revestimento ($1/h_{MR}$); (2) condução através do revestimento poroso ($\Delta x_c/K_c$) e (3) transferência através da interface revestimento-base de cobre ($1/h_{MB}$). O termo Δx_c é a espessura do revestimento isolante e K_c é a sua condutividade térmica. A resistência térmica global é a soma destas três resistências.

Chiesa⁽³⁾ mediu o coeficiente de transferência de calor entre metais líquidos e moldes metálicos revestidos, obtendo valores na faixa de 510 a 1030Wm⁻²K⁻¹. Pode ser observado na Figura 2(a) que, no início da simulação, onde algum metal líquido provavelmente existe junto à interface metal-molde, o coeficiente está dentro desta faixa.

O calor é transferido através da interface metal-revestimento por meio de três mecanismos possíveis: (1) convecção e condução no gás contido no vão entre o metal e o revestimento; (2) radiação através do vão e (3) condução através dos pontos de contato. A contribuição do fluxo por radiação, que independe do tamanho do vão, foi estimada através das temperaturas na superfície lateral do metal e na superfície interna da luva isolante, fornecidas pelo modelo térmico. Observa-se que este fluxo ($\approx 60 \text{ kW.m}^{-2}$) representa apenas uma pequena parcela do fluxo total ($\approx 600 \text{ kW.m}^{-2}$). Em consequência, o mecanismo principal de transmissão de calor através da interface metal-revestimento parece ser a condução nos pontos de contato e no gás, e não a radiação. Esta afirmação está consistente com o fato de que não há a formação de um vão contínuo na interface em questão, pois o peso do cilindro mantém pontos de contato entre as superfícies do metal e do revestimento. Uma conclusão semelhante foi obtida para o experimento Eq-Inoc.

Nos experimentos Col-Inoc e Col-Nolnoc, podem ser identificadas as seguintes etapas de transferência de calor e resistências térmicas:

- (1) transferência através da interface metal-base refrigerada a água ($1/h_{MC}$);
- (2) condução de calor através da parede da base refrigerada ($\Delta x_L / K_L$) e
- (3) transferência entre a superfície interna da base refrigerada e a água de refrigeração ($1/h_{MW}$).
- (4) O termo Δx_L é a espessura da parede da base refrigerada e K_L é a condutividade térmica do material utilizado para a construção do molde. A resistência térmica global é a soma destas resistências.

O valor de h_{MW} é aproximadamente $21 \times 10^3 \text{ W.m}^{-2}\text{K}^{-1}$ (9), e K_L/Dx_L é aproximadamente $79,6 \times 10^6 \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$. Comparando estes dois valores ao valor de h_M dado na Figura 2(b), nota-se que a maior

resistência térmica é aquela na interface metal-molde, como era esperado. Logo, o coeficiente de transferência de calor na interface metal-base de cobre (h_{MC}) pode ser representado pelo coeficiente global h_M , dado na Figura 2(b). O comportamento de h_M concorda muito bem com aquele proposto por Sharma e Krishnan.(2) Inicialmente os valores são elevados devido ao contato íntimo entre metal e molde e, finalmente atinge-se um estado estacionário no patamar de aproximadamente $1400 \text{ Wm}^{-2} \text{ K}^{-1}$, comparável a $1000 \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$, valor fornecido por Spitzer,(5) Ho e Pehlke(1) e Bamberger, Weiss e Stupel.(10)

Os fluxos de calor total e a parcela de radiação foram calculados para os ensaios Col-Inoc e Col-Nolnoc de modo análogo ao descrito anteriormente e novamente, conclui-se que os mecanismos de condução através dos pontos de contato e através dos vãos entre os pontos de contato são os mais importantes.

Pode-se observar na Figura 2 que os coeficientes de transferência de calor nos ensaios Col-Inoc e Col-Nolnoc são maiores que os obtidos nos experimentos Eq-Inoc e Eq-Nolnoc. Esta diferença deve estar relacionada com o revestimento isolante presente nos experimentos Eq-Inoc e Eq-Nolnoc.

Comparando-se o coeficiente de transferência de calor do ensaio Eq-Inoc com o do ensaio Eq-Nolnoc e comparando-se o coeficiente do ensaio Col-Inoc com o do ensaio Col-Nolnoc, não se observa um efeito significativo do inoculante. A pequena diferença existente entre os valores poderia ser atribuída a erros experimentais.

5. CONCLUSÕES

As seguintes conclusões podem ser obtidas no presente trabalho:

- 1) o método do domínio completo ("complete domain method") fornece valores de coeficiente de transferência de calor na interface metal-base de cobre maciça ou metal-base de cobre refrigerada que concordam muito bem com dados publicados na literatura;
- 2) cálculos aproximados mostram que a resistência térmica entre a superfície do metal e a superfície da base refrigerada a água é a resistência controladora da extração de calor neste sistema; e
- 3) a inoculação do metal líquido não causou um efeito significativo no coeficiente de transferência de calor entre o metal e a base de cobre.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. HO, K.; PEHLKE, R.D. Metal-mold interfacial heat transfer. **Metallurgical Transactions B**, Warrendale, PA, v.16B, n.3, p.585-594, Sept. 1985.
2. SHARMA, D.G.R.; KRISHNAN, M. Simulation of heat transfer at casting metal-mold interface. **Transactions of the American Foundrymen's Society**, Des Plaines, USA, v.99, p. 429-438, May 1991.
3. CHIESA, F. Measurement of the thermal conductance at the mold/metal interface of permanent molds, **Transactions of the American Foundrymen's Society**, Des Plaines, USA, v.98, p.193-200, Apr. 1990.
4. BECK, J.V.; BLACKWELL, B.; ST.CLAIR JR, C.R. **Inverse heat conduction**. New York: John Wiley and Sons, 1985. p.119.
5. SPITZER, K.H. Investigation of heat transfer between metal and water cooled belt using a least square method. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, London, UK, v.34, n.8, p.1969-1974, Aug. 1991.
6. MARTORANO, M.A. **Efeitos de algumas variáveis de processo na microsegregação da liga Cu-8%Sn**. 1998. 251p.. Tese (Doutoramento em Engenharia Metalúrgica) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, 1998.
7. SHAMSUNDAR, N.; ROOZ, E. Numerical methods for moving boundary problems. In: MINKOWYCZ, W.J.; SPARROW, E.M.; SCHNEIDER, G.E.; PLETCHER, R.H. **Handbook of numerical heat transfer**. New York: John Wiley and Sons, 1988. p.747-786.
8. CLYNE, T.W.; KURZ, W. Solute redistribution during solidification with rapid solid state diffusion. **Metallurgical and Materials Transactions A**, Warrendale, PA, v.12A, n.6, p. 965-970, Jun. 1981.
9. GEIGER, G.H.; POIRIER, D.R. **Transport phenomena in materials processing**. Warrendale, PA: Mineral Metals & Materials Society, 1992. p.247-279.
10. BAMBERGER, M.; WEISS, B.Z.; STUPEL, M.M. Heat flow and dendritic arm spacing in chill-cast Al-Si alloys. **Materials Science and Technology**, London, UK, v.3, n. 1, p.49-56, Jan. 1987.