

# MODELOS PARA DETERMINAÇÃO DO MÓDULO DE ELASTICIDADE DE LIGAS METÁLICAS UTILIZANDO ENSAIOS DE PENETRAÇÃO INSTRUMENTADA

Cristiano Brunetti<sup>1</sup>  
 Mario Vitor Leite<sup>2</sup>  
 Giuseppe Pintaude<sup>3</sup>

## Resumo

O objetivo do presente estudo é apresentar duas metodologias para determinação do módulo de elasticidade (E) por meio do ensaio de penetração instrumentada. Para validação dos modelos, foram realizados ensaios com uma liga de alumínio 6061, nas condições envelhecida (T6) e em solução sólida supersaturada (SSS), utilizando penetrador esférico (EPI-PE). Os valores do módulo de elasticidade foram calculados por essas metodologias, uma seguindo a curva de aplicação da força, e outra seguindo a curva de remoção da força pela profundidade de penetração. A qualidade dos pontos experimentais foi também avaliada com o uso das rotinas de cálculo propostas por esses modelos. Os resultados obtidos foram mais próximos aos valores da literatura para a amostra SSS do que para a amostra T6, o que ocorreu devido à sensibilidade do sistema em relação à dureza da amostra T6.

**Palavras-chaves:** Módulo de elasticidade; Penetração; Ligas.

## MODELS FOR DETERMINATION OF THE ELASTIC MODULUS OF METALLIC ALLOYS USING INSTRUMENTED INDENTATION TESTS

### Abstract

The aim of this study is to present two methodologies to determine the elastic modulus (E) by means of instrumented indentation tests. To validate the models, tests were performed on Aluminum 6061 alloy, for aged (T6) and supersaturated solid solution (SSS) conditions, using a spherical indenter (IIT-SI). The values of elastic modulus were calculated using these methodologies, one based on the loading data and another following the unloading curve in function of indentation depth. The quality of the experimental data was also evaluated by routine calculations proposed in these models. The obtained results for SSS specimen were closer to the literature values than those obtained for the T6 specimen. This result could be attributed to the test system, which was sensitive to the T6 specimen hardness.

**Key words:** Elastic modulus; Indentation; Alloys.

## 1 INTRODUÇÃO

Os ensaios de penetração instrumentada (EPI) vêm sendo amplamente utilizados, pois permitem a obtenção de uma maior quantidade de informações dos materiais em relação aos ensaios convencionais de dureza, em particular o módulo de elasticidade. A curva Força (F) vs profundidade de penetração (h), Figura 1, resultante de um ciclo completo de aplicação e remoção da força permite a obtenção de tais informações.

As grandezas e informações importantes para o cálculo das propriedades mecânicas são a força máxima ( $F_{\max}$ ), a profundidade máxima ( $h_{\max}$ ), a profundidade final após a remoção da força ( $h_f$ ) e a inclinação na parte superior da curva de remoção da força, ( $S=dF/dh$ ). O parâmetro S é conhecido como rigidez do contato elástico e tem a dimensão de força por unidade de distância.<sup>(2)</sup>

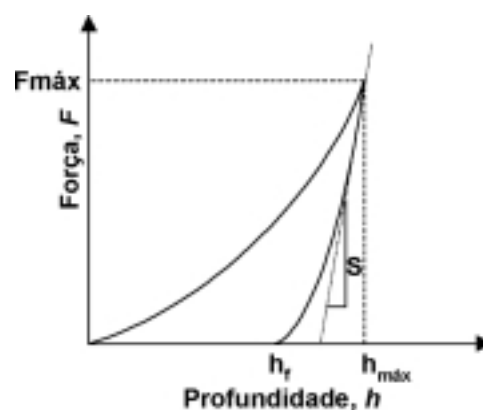


Figura 1. Curva típica de ensaios de penetração instrumentada obtida durante um ciclo completo de aplicação e remoção da força. Adaptado de Franco Jr. e cols.<sup>(1)</sup>

<sup>1</sup> Tecnólogo em Mecânica, aluno do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais – PPGEM – UTFPR

<sup>2</sup> Tecnólogo em Mecânica, M.E., aluno do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Eusp.

<sup>3</sup> Eng. Metalúrgico, Prof. Dr. Cefet-PR, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais - PPGEM

## Teoria para obtenção do Módulo de Elasticidade segundo geometria esférica

Utilizando-se análises de Hertz<sup>(3)</sup> para um contato elástico, no limite de pequenos deslocamentos ( $2h_c r \gg h_c^2$ ), serão consideradas três expressões. A primeira é a relação entre a profundidade máxima,  $h_{máx}$ , e a profundidade de contato,  $h_c$ , equação 1.

$$h_{máx} = 2h_c \quad (1)$$

A segunda é a relação entre a força (F) e raio de contato, (a), equação 2.

$$F = \frac{4E^* a^3}{3r} \quad (2)$$

onde r é o raio do penetrador e  $E^*$  é o módulo de elasticidade combinado.

A terceira é a relação entre a profundidade máxima,  $h_{máx}$ , e o raio de contato, a, equação 3.

$$h_{máx} = a^2 / r \quad (3)$$

Combinando-se as equações de 1 a 3 obtém-se uma relação entre força, F, e profundidade de contato  $h_c$ , equação 4.

$$F = \frac{8\sqrt{2}}{3} E^* \sqrt{r} h_c^{3/2} \quad (4)$$

Onde  $E^*$  é o módulo de elasticidade combinado, definido na equação 5.

$$E^* = \left[ \frac{1-\nu_i^2}{E_i} + \frac{1-\nu_s^2}{E_s} \right]^{-1} \quad (5)$$

O índice i nesta equação refere-se às propriedades do penetrador e o índice s às propriedades da amostra ensaiada, sendo E o módulo de elasticidade e  $\nu$  o coeficiente de Poisson.

O método de Oliver-Pharr (apud Hay e Pharr<sup>(2)</sup>) utilizado por Herbert e cols.,<sup>(3)</sup> estabelece que para muitos materiais a curva de remoção da força pode ser ajustada conforme a expressão 6:

$$F = BA(h - h_f)^m \quad (6)$$

onde B e m são constantes dependentes da geometria do penetrador e do tipo de material ensaiado, sendo então a rigidez do contato elástico, S, obtida pela inclinação na parte superior da curva de remoção da força sendo definida pela equação 7.

$$S = \left( \frac{dF}{dh} \right)_{h=h_{máx}} = Bm(h_{máx} - h_f)^{m-1} \quad (7)$$

A relação entre a área real de contato, A, o módulo combinado  $E^*$  e a rigidez do contato elástico, S, é dada pela equação 8.<sup>(2)</sup> Este modelo ainda estabelece a profundidade de contato,  $h_c$ , segundo a equação 9, onde  $\epsilon$  é igual a 0,75 e  $\beta$  é igual a 1 para um penetrador esférico.<sup>(3)</sup>

$$E^* = \frac{\sqrt{\pi}}{2\beta} \frac{S}{\sqrt{A}} \quad (8)$$

$$h_c = h_{máx} - \epsilon \cdot F / S \quad (9)$$

Neste caso, a área de contato é obtida pelo raio de contato a, conforme a equação 10,

$$A = \pi h_c (2r - h_c) = \pi a^2 \quad \text{quando } h_c \ll a \quad (10)$$

e o raio de contato, a, por sua vez é obtido pela equação 11.

$$a = \sqrt{2h_c r - h_c^2} \quad (11)$$

Ferranti, Armstrong e Thadhani,<sup>(4)</sup> determinaram através de um EPI-PE o módulo de elasticidade da liga de alumínio 2024. Estes pesquisadores identificaram a região elástica na curva de aplicação de força, obtendo o módulo de elasticidade por meio das equações apresentadas. Durante o contato elástico pode ser assumido que para cada incremento na força o penetrador irá se deslocar no material sem causar deformações plásticas a este, conforme a equação 4.

Alternativamente, o modelo de Oliver-Pharr foi utilizado neste trabalho e novamente são feitas as considerações do contato elástico de Hertz.

## 2 METODOLOGIA

O material utilizado para realização dos ensaios foi uma liga de Al 6061. Duas amostras foram retiradas de uma barra extrudada e foram solubilizadas a 530 °C por 2 horas, sendo que uma das amostras sofreu tratamento de envelhecimento a 160 °C durante 8 horas (T6). A amostra solubilizada (SSS), apresentou dureza HV  $72 \pm 2$  e foi armazenada em freezer a uma temperatura de -8 °C até o momento da realização dos ensaios. A dureza medida da amostra T6 foi HV  $104 \pm 4$ . A norma ISO/FDIS 14577-1<sup>(5)</sup> estabelece os parâmetros para que a rugosidade da superfície não influencie os ensaios. No caso do alumínio, para ensaios até 100 N, os mesmos poderiam ser realizados para superfícies com rugosidade Ra de até 4  $\mu\text{m}$ . Este dado mostra que para o experimento deste trabalho a rugosidade inicial pode ser considerada como irrelevante, porque as amostras foram ensaiadas com a superfície em 0,3  $\mu\text{m}$  de Ra e a força aplicada nos ensaios foi três vezes maior (300N).

O equipamento utilizado foi uma máquina universal de ensaios mecânicos EMIC, modelo DL-10000, a qual recebeu a adaptação de um porta penetrador, bem como o software para aquisição dos dados, de modo que apenas o canal de comunicação relativo ao extensômetro (deflectômetro) fosse responsável pela medida de profundidade de penetração, evitando incorporar as

deformações elásticas do sistema como um todo. Este extensômetro possui capacidade para medir até 12,5 mm de deformação com resolução de 0,001 mm. A força aplicada foi medida por meio de uma célula de carga com capacidade para 500 N e resolução de 0,01 N. A força foi aplicada a uma taxa de penetração constante de 0,005 mm/s, até se atingir a força máxima de 300 N. Nesse ponto, a força foi mantida durante 100 segundos para a completa acomodação das deformações, e, em seguida o penetrador foi removido da amostra com uma taxa de remoção também de 0,005 mm/s. O ciclo de aplicação de força foi baseado no trabalho de Chudoba, Schwarzer e Richter,<sup>(6)</sup> que fez um estudo detalhado sobre o efeito destas variáveis nos valores das propriedades extraídas, inclusive para as ligas de alumínio. Os valores médios correspondem a uma série de cinco impressões realizadas em cada amostra.

Foi utilizado um penetrador esférico de aço temperado de diâmetro nominal de 1,5875 mm. Na Tabela 1 são apresentados os módulos de elasticidade e os coeficientes de Poisson adotados para o penetrador e para a liga 6061.

**Tabela 1.** Módulo de elasticidade e coeficientes de Poisson para o penetrador e para a liga 6061

	Módulo de Elasticidade, E	Coefficiente de Poisson, $\nu$
Penetrador de Aço	200 GPa <sup>(4)</sup>	0,28 <sup>(4)</sup>
Alumínio 6061	70,1 GPa <sup>(3)</sup>	0,33 <sup>(7)</sup>

Dois metodologias de cálculo foram utilizadas para determinar os valores de módulo de elasticidade das amostras ensaiadas, a de Ferranti, Armstrong e Thadhani,<sup>(4)</sup> com base na curva de aplicação de força, e a de Herbert e cols.,<sup>(3)</sup> que se baseia na curva de remoção de força. Neste último caso, foram utilizados 50 e 80% dos pontos da curva de remoção, de modo a verificar o efeito do número de pontos utilizados nos valores de módulo. O método aplicado seguiu a rotina aplicada por Franco Junior e cols., <sup>(1)</sup> adaptando-a para a geometria de penetrador esférico,<sup>(2)</sup> no que se refere a constantes geométricas e de rigidez de contato.

### 3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

A Figura 2 apresenta apenas a parcela de aplicação de força para a curva média dos cinco ensaios para as amostras T6 e SSS.

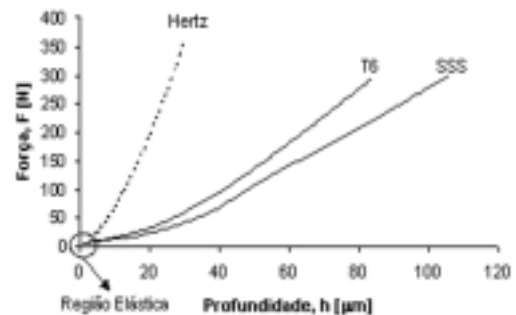
Com base nessa figura, identificou-se o número de pontos equivalentes à região puramente elástica. A Figura 3 mostra uma ampliação desta região.

A Figura 3 evidencia que as curvas de aplicação de força obtidas para as amostras ensaiadas acompanham a curva relativa ao modelo de Hertz até uma força de aproximadamente 2 N e uma profundidade de 1  $\mu\text{m}$ . Após este ponto, as mesmas se afastam da curva de Hertz. Estes resultados estão compatíveis com os obtidos por Ferranti, Armstrong e Thadhani,<sup>(4)</sup> para a liga 2024-T6, ou seja, os valores limites da região elástica foram da mesma ordem de grandeza.

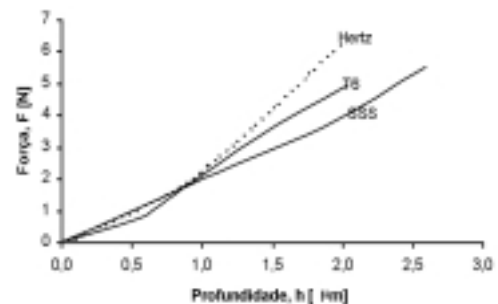
Devido à velocidade de aplicação da força, o número de pontos relativos à faixa que corresponde à região elástica é muito pequeno (total de 4 pontos), insuficientes para que fosse calculado

com precisão os valores do módulo de elasticidade. Portanto, não foi possível calcular o módulo de elasticidade pelo modelo apresentado por Ferranti, Armstrong e Thadhani,<sup>(4)</sup> porque as curvas experimentais não apresentaram qualidade suficiente para a obtenção da curva de ajuste, descrita por uma função do tipo  $F = \alpha h^m$ , onde  $\alpha$  é uma constante que depende do tipo de material ensaiado e para um contato elástico  $m = 1,5$ .<sup>(4)</sup>

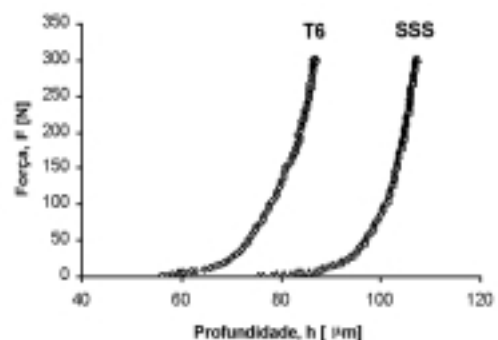
Utilizando as curvas de remoção de força, Figura 4, foram calculados os módulos de elasticidade segundo o trabalho de Herbert e cols.<sup>(3)</sup> A Tabela 2 apresenta os valores médios do módulo de elasticidade para diferentes quantidades de pontos da curva de remoção da força.



**Figura 2.** Curvas médias de força-profundidade obtidas do EPI-PE para as amostras T6 e SSS mostrando a sobreposição da região elástica da curva de Hertz.



**Figura 3.** Ampliação da região elástica mostrada na Figura 2 para as amostras T6 e SSS.



**Figura 4.** Curva de remoção da força para as amostras T6 e SSS.

**Tabela 2.** Valores médios do módulo de elasticidade, E, para as amostras T6 e SSS calculados com 50 e 80% dos pontos da curva de remoção da força [GPa].

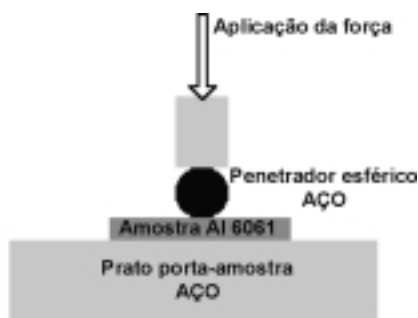
Amostra	E <sub>50</sub>	E <sub>80</sub>
6061 – T6	64 ± 3	52 ± 5
6061 – SSS	77 ± 3	66 ± 3

A Tabela 2 mostra que os valores de módulo de elasticidade tendem a cair com o aumento da quantidade de pontos utilizados para o cálculo da rigidez de contato, sendo este efeito mais pronunciado para a amostra T6. Este resultado está de acordo com o obtido por Franco Junior e cols.,<sup>(1)</sup> que ensaiaram diversos materiais num equipamento que opera com carga microscópicas e penetrador Vickers.

O efeito do número de pontos da curva de remoção de força nos valores de módulo permanece dúbio. A ISO 14577-1<sup>(5)</sup> recomenda o uso de pelo menos 80% dos pontos, e que havendo necessidade de uso de 50% ou menos dos pontos, a “qualidade” das curvas pode ser duvidosa. Por outro lado e mais recentemente, Pharr e Hay<sup>(2)</sup> salientam que um total de 25 a 50% dos pontos é suficiente para obtenção do módulo de elasticidade.

O que pode explicar estas diferenças é o fato que a área gerada durante a penetração é maior para a amostra de menor dureza, SSS. Esta consideração é feita supondo-se que os elementos do sistema de ensaio são molas em série, conforme a Figura 5. Além disso, considera-se que a rigidez da amostra deva ser baixa o suficiente para que a rigidez do sistema seja praticamente idêntica à rigidez do equipamento.

No caso dos ensaios com a amostra T6, a rigidez da amostra passa a influenciar os valores de rigidez do sistema, subestimando-os e, como conseqüência, os valores de módulo de elasticidade diminuem. Para melhor compreensão desta situação, pode-se imaginar um ensaio convencional Brinell, realizado com esfera de aço sobre aço temperado e revenido, o que



**Figura 5.** Representação esquemática dos elementos do sistema de ensaio.<sup>(2)</sup>

seria proibitivo por qualquer norma que regule a execução deste tipo de ensaio.

Diversos fatores podem influenciar a rigidez do contato, por estarem influenciando a área de contato ou mesmo o sistema de operação do ensaio. Distinguindo estas influências em dois grupos (área de contato e sistema de ensaio), pode-se citar que a formação de bordas (“pile-up”) ao longo da impressão de dureza modifica em muito a área real de contato, e, portanto, modifica o módulo de elasticidade. No caso do alumínio e suas ligas, muitos trabalhos<sup>(8-10)</sup> demonstraram este efeito, independentemente da faixa de força aplicada e da geometria do penetrador (piramidais ou esféricos). Por exemplo, Strange e Varshneya<sup>(8)</sup> mostraram para a liga 6061-T6 um “pile-up” de aproximadamente 20%, em ensaios conduzidos na escala Vickers com 4,6 N de força. Estes autores verificaram que isto afetou os valores de módulo de elasticidade em até 74%. Pharr e Hay<sup>(2)</sup> citam que a existência do “pile-up” pode superestimar os valores de módulo de elasticidade em até 30%.

No que se refere ao sistema de ensaio, a rigidez do contato pode ser influenciada pelo tipo de material de ensaio, como por exemplo, o material do penetrador. Além disso, a espessura das amostras pode afetar o sistema de medição, ampliando ou reduzindo a faixa de aplicação do ensaio para materiais com diferentes níveis de dureza. Além disso, as constantes de rigidez utilizadas para cálculo do módulo de elasticidade podem ser refinadas, mediante análise de deformações do sistema de medição.

O valor do módulo para a liga 6061 encontrado na literatura foi 68,9 GPa,<sup>(7)</sup> sendo que valores entre 67 a 75 GPa foram obtidos a partir de EPI-PE<sup>(3)</sup>. No caso dos valores apresentados na Tabela 2, verificou-se que a amostra SSS apresentou valores mais próximos aos da literatura<sup>(3,7)</sup> do que a amostra T6, especialmente para o caso em que foi utilizado 80% dos pontos da curva de remoção de força, concordando com a indicação feita pela ISO 14577-1,<sup>(5)</sup> que recomenda o uso de 80% dos pontos para o cálculo da rigidez de contato.

### 3 CONCLUSÕES

- 1) Não foi possível calcular o módulo de elasticidade utilizando o modelo de Ferranti, Armstrong e Thadhani,<sup>(4)</sup> porque as curvas experimentais não apresentaram qualidade suficiente para a obtenção da curva de ajuste, devido à pequena quantidade de pontos gerados na região elástica.
- 2) O módulo calculado pelo modelo apresentado por Herbert e cols.<sup>(3)</sup> apresentou valores próximos aos valores encontrados na literatura, no entanto, a dispersão encontrada nos valores entre as amostras SSS e T6 é bastante significativa e é um indicativo que o sistema de ensaio é sensível às diferenças de dureza das amostras e que considerações sobre as constantes de rigidez do equipamento precisam ser levadas em conta no cálculo do módulo de elasticidade.
- 3) Para uma quantidade de 80% dos pontos da curva de remoção da força, o módulo de elasticidade calculado para a amostra SSS apresentou valores mais próximos aos da literatura, concordando com a faixa de pontos recomendada pela ISO 14577-1.<sup>(5)</sup>

## Agradecimentos

Os autores agradecem a CAPES, pela bolsa de mestrado concedida ao aluno Mario Vitor Leite, e ao CNPq, pela bolsa PIBIC

concedida ao aluno Cristiano Brunetti e pelo financiamento do Projeto Universal, processo 4755472/03-9, o qual permitiu a construção do sistema de ensaio.

## REFERÊNCIAS

- 1 FRANCO JUNIOR, A. R.; PINTAUDE, G.; SINATORA, A.; PINEDO, C.E.; TSCHIPTSCHIN, A. The use of a Vickers indenter in depth sensing indentation for measuring elastic modulus and Vickers hardness. **Materials Research**, v.7, n.3, p.483-491, July/Sept. 2004.
- 2 HAY, J.L.; PHARR, G.M. Mechanical testing and evaluation. In: ASM INTERNATIONAL. **Metals handbook**. Materials Park, 2000. v.8, p.231-242.
- 3 HERBERT, E. G.; PHARR, G. M.; OLIVER, W. C.; LUCAS, B. N.; HAY, J. L. On the measurement of stress-strain curves by spherical indentation. **Thin Solid Films**, v. 398-399, p. 331-335, Nov. 2001.
- 4 FERRANTI, L. J.; ARMSTRONG, R. W.; THADHANI, N. N. Elastic/plastic Deformation Behavior in a Continuous Ball Indentation Test, **Materials Science and Engineering A**, V 371, 2004, p.251-255.
- 5 INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARIZATION. **ISO/FDIS 14577-1 – Metallic materials – Instrumented Indentation Test for Hardness and Material Parameter – Part 1: Test Method**. Geneva, Switzerland, 2002.
- 6 CHUDOBA, T.; SCHWARZER, N.; RICHTER, F. New possibilities of mechanical surface characterization with spherical indenters by comparison of experimental and theoretical results. **Thin Solid Films**, v. 355-356, p. 284-289, 1999.
- 7 MATWEB MATERIAL PROPERTY DATA. **Search**. Disponível em: <<http://www.matweb.com/search/SpecificMaterial.asp?bassnum=MA6061T6>> Acesso em: 11 fev. 2005.
- 8 STRANGE, D. J.; VARSHNEYA, A. K. Finite element simulation of microindentation on aluminum. **Journal of Materials Science**, v. 36, n.8, p.1943-1949, Apr. 2001.
- 9 TALJAT, B.; PHARR, G.M. Development of pile-up during spherical indentation of elastic-plastic solids. **International Journal of Solids and Structures**, v. 41, n.15, p.3891-3904, July 2004.
- 10 DE LAMADRID, P. B. G.; PEREZ RUIZ, E. A.; SOUZA, R. M. Effect of load and indenter diameter on the amount of film cracks developed during the indentation of coated systems. In: INTERNATIONAL CONGRESS OF MECHANICAL ENGINEERING, São Paulo, 2003. Rio de Janeiro : Associação Brasileira de Ciências Mecânicas, 2003.

Recebido em: 12/07/2006

Aceito em: 19/09/2006

Proveniente de: CONGRESSO ANUAL DA ABM, 60., 2005, Belo Horizonte, MG. São Paulo : ABM, 2005.